

Fiche F1.1 : Suites numériques

1 – Généralités

Définition 1 : Une suite est une liste **indexée** de nombres.

Remarques :

- Les suites sont généralement notée avec les lettres minuscules u, v, w .
- Les éléments de cette suite sont appelés les **termes**.
- Le numéro de chaque terme est appelé son **rang** ou son **indice**.
- Pour une suite u , le terme de rang n est noté $u(n)$ ou bien u_n qui se lit « u indice n »
- Une suite est généralement numérotée à partir de 0 : Le 1^{er} terme d'une suite u est donc souvent $u(0)$.
- Une suite u peut-être vue comme une fonction définie seulement sur les nombres entiers positifs :

Les rangs sont les « antécédents » et les termes sont les « images ». $u(n)$ est l'image de n par u .

Exemple 1 : La suite de Fibonacci $u = (1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 8 ; 13 ; 21 ; 34 ; 55 ; 89 ; \text{etc})$

1) Compléter les deux termes manquants de la suite et expliquer comment on obtient les termes suivants.

On obtient un terme en additionnant les deux termes précédents

2) Déterminer : Le 1^{er} terme ; le terme de rang 4 ; $u(7)$; u_{10} ; Le rang du terme 233.

Le 1^{er} terme est $u(0) = 1$; $u(4) = 5$; $u(7) = 21$; $u_{10} = 89$; 233 est de rang 12.

Remarque : Par rapport au terme $u(n)$, le terme **suivant** est $u(n + 1)$ et le terme **précédent** est $u(n - 1)$.

2 – Mode de génération

Il existe deux modes de génération pour une suite.

Définition 2 : Une suite u est définie de façon **explicite** lorsque le terme $u(n)$ se calcule directement à l'aide d'une formule en fonction de n .

Remarque : Dans ce cas, pour calculer un terme, il suffit de remplacer la variable n par le rang souhaité.

Exemple 2 : Soit la suite u définie pour tout entier naturel n par $u(n) = n^2$.

$u(0) = 0^2 = 0$; $u(1) = 1^2 = 1$; $u(2) = 2^2 = 4$; $u(3) = 3^2 = 9$; $u(4) = 4^2 = 16$; $u(99) = 99^2 = 9801$

Définition 3 : Une suite u est définie par **réurrence** lorsque l'on dispose du ou de(s) premier(s) terme(s), ainsi que d'une relation permettant de calculer un terme à partir du (ou des) précédent(s).

Remarque : Dans ce cas, pour calculer un terme on doit d'abord calculer tous les termes précédents.

Exemple 3 : Soit la suite u définie pour tout entier naturel n par $v_n = \begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = 2v_n + 1 \end{cases}$

$$v_1 = 2 \times v_0 + 1 = 2 \times 1 + 1 = 3 ;$$

$$v_2 = 2 \times v_1 + 1 = 2 \times 3 + 1 = 7$$

$$v_3 = 2 \times v_2 + 1 = 2 \times 7 + 1 = 15$$

$$v_{99} = 2 \times v_{98} + 1 = \dots$$



3 – Représentation graphique

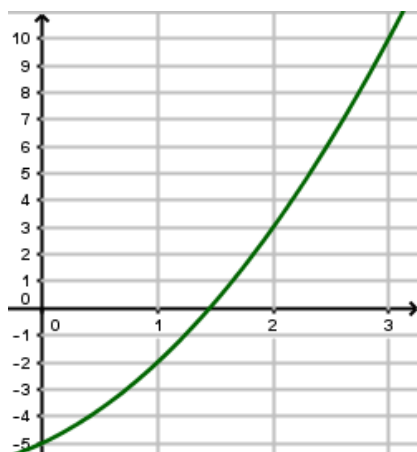
Définition 2 : Pour représenter graphiquement une suite u dans un repère, on place :

- Les « indices » n sur l'axe des abscisses.
- Les « termes » $u(n)$ sur l'axe des ordonnées.
- Les points de coordonnées $(n; u_n)$ dans le repère.

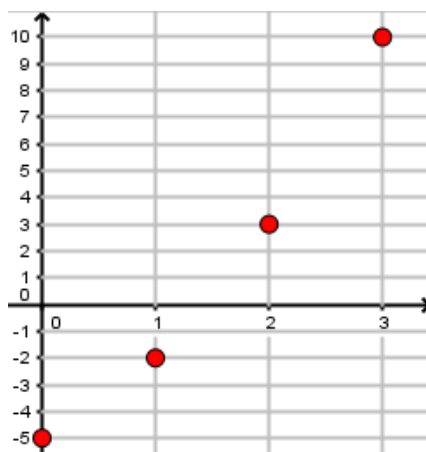
Remarque : La représentation graphique d'une fonction est une **courbe** alors que la représentation graphique d'une suite est un **nuage de points (non reliés)**.

Exemple 4 : Représentation graphique de la suite u définie par $u(n) = n^2 + 2n - 5$

Fonction $f(x) = x^2 + 2x - 5$



Suite $u_n = n^2 + 2n - 5$



Calcul des premiers termes

$$\begin{aligned}
 u_0 &= 0^2 + 2 \times 0 - 5 \\
 &= -5 \\
 u_1 &= 1^2 + 2 \times 1 - 5 \\
 &= -2 \\
 u_2 &= 2^2 + 2 \times 2 - 5 \\
 &= 3 \\
 u_3 &= 3^2 + 2 \times 3 - 5 \\
 &= 10
 \end{aligned}$$

4 – Calcul des termes à l'aide d'un algorithme

Il est possible de générer les termes d'une suite à l'aide d'un algorithme qu'il sera alors possible d'exécuter, soit en langage Python, soit à l'aide d'un tableur ou bien d'une calculatrice.

Exemple 5 : Ecrire un algorithme qui calcule et affiche les 100 premiers termes de la suite u (Ex 1)

Algorithme

Variables : u
 Pour n allant de 0 à 99
 $u \leftarrow n^2$
 Afficher u
 Fin Pour

Exécution

- 1^{er} tour de boucle : $n \leftarrow 0$
 $u \leftarrow 0^2 = 0$
 « 0 » (On affiche u_0)
- 2^{eme} tour de boucle : $n \leftarrow 1$
 $u \leftarrow 1^2 = 1$
 « 1 » (On affiche u_1) etc.

Python

```

from math import*

for n in range(0,100):
    u=n**2
    print(u)
    
```

Tableur

	A	B
1	Rang: n	Terme: u
2	0	0
3	1	1
4	2	4
5	3	9

Dans B2 := A2^2

Puis, Recopiage automatique

Exemple 6 : Ecrire un algorithme qui calcule et affiche les 100 premiers termes de la suite v (Ex 2)

Algorithme

Variables : v
 $v \leftarrow 1$
 Afficher v
 Pour n allant de 1 à 99
 $v \leftarrow 2v + 1$
 Afficher v
 Fin Pour

Exécution

- $v \leftarrow 1$
 « 1 » (On affiche v_0)
- 1^{er} tour de boucle : $n \leftarrow 0$
 $v \leftarrow 2 \times 1 + 1 = 3$
 « 3 » (On affiche v_1)
- 2^{eme} tour de boucle : $n \leftarrow 1$
 $v \leftarrow 2 \times 3 + 1 = 7$
 « 7 » (On affiche v_2) etc.

Python

```

from math import*

v=1
print(v)
for n in range(1,100):
    v=2*v+1
    print(v)
    
```

Tableur

	A	B
1	Rang: n	Terme: v
2	0	1
3	1	3
4	2	7
5	3	15

Dans B3 := 2 * B2 + 1

Puis, Recopiage automatique



